

УДК 373:512+512(075.3)
ББК 22.14я721
Ш51

6+

С. А. Шестаков
И. В. Яценко

МАТЕМАТИКА

Универсальный
многоуровневый
сборник задач

Шестаков С. А.

Ш51 Математика. Универсальный многоуровневый сборник задач. 7—9 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. В 3 ч. Ч. 1. Алгебра / С. А. Шестаков, И. В. Яценко. — М. : Просвещение, 2020. — 239 с. : ил. — ISBN 978-5-09-075039-4.

В учебном пособии содержатся задачи разных уровней сложности, соответствующих ФГОС основного общего образования и Концепции развития математического образования в Российской Федерации. Задания уровня *A* можно использовать для отработки базовых математических навыков по курсу алгебры 7—9 классов. Учащимся, стремящимся продолжить образование по естественно-научному, социально-экономическому, технологическому и универсальному профилям, будут полезны задания уровней *B* и *C*.

Книга может быть использована учащимися и учителями при подготовке к участию в международных сравнительных исследованиях качества образования, итоговой аттестации по математике, организации повторения и дифференцированной работы на уроках и факультативах.

УДК 373:512+512(075.3)
ББК 22.14я721

ISBN 978-5-09-075039-4(1)
ISBN 978-5-09-075038-7(общ.)

© Издательство «Просвещение» 2020
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2020
Все права защищены

МОСКВА
ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»

C12. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + 2xy = 15, \\ y^2 + 4xy = 13; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x^2 + xy = 7, \\ 4y^2 + 3xy = 45. \end{cases}$$

C13. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} |x + y| = 1, \\ (x^2 - y^2)(x - y) = -9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |x - y| = 1, \\ (x^2 - y^2)(x + y) = 49. \end{cases}$$

C14. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} |x - 3y| - |y| = -3, \\ 2|x - 3y| + y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} |x - 2y| - |y| = -12, \\ 5|x - 2y| + y = 12. \end{cases}$$

C15. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + 6xy + 5y^2 = 0, \\ |x + 5y| + |x + y| = 16; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + 6xy + 8y^2 = 0, \\ |x + 2y| + |x + 4y| = 10. \end{cases}$$

4.2. Системы, содержащие дробно-рациональные уравнения

Уровень А

A1. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} \frac{2}{2x + y} = 1, \\ 2x - y = 10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{3}{3x + y} = 1, \\ 3x - y = 9. \end{cases}$

A2. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{8}{3x - 2y} = -1, \\ 0,1x - y = -1,2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{5}{x - y} = -1, \\ 0,3x - 2y = -4,9. \end{cases}$$

A3. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{6}{x + 5} = \frac{5}{y + 6}, \\ 3x + y = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{3}{x + 1} = \frac{1}{y + 3}, \\ 3x + y = 1. \end{cases}$$

A4. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} \frac{4x + 3y}{2x - 3y} = 8, \\ 2x - 3y = -6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x - 3y}{3x + 2y} = -1, \\ 2x - 3y = 13. \end{cases}$

Оглавление

| | |
|---|------------|
| Предисловие | 3 |
| Глава 1. Числа и арифметические выражения | 5 |
| 1.1. Целые числа и степени с натуральным показателем | — |
| 1.2. Дроби и степени с целым показателем | 9 |
| 1.3. Квадратные корни | 14 |
| Глава 2. Алгебраические выражения | 19 |
| 2.1. Целые алгебраические выражения | 19 |
| 2.2. Дробно-рациональные алгебраические выражения | 24 |
| 2.3. Иррациональные алгебраические выражения | 31 |
| Глава 3. Уравнения | 36 |
| 3.1. Целые уравнения | — |
| 3.2. Дробно-рациональные уравнения | 40 |
| 3.3. Иррациональные уравнения | 45 |
| Глава 4. Системы уравнений | 50 |
| 4.1. Системы целых уравнений | — |
| 4.2. Системы, содержащие дробно-рациональные уравнения | 55 |
| 4.3. Системы, содержащие иррациональные уравнения ... | 61 |
| Глава 5. Неравенства | 67 |
| 5.1. Целые неравенства | — |
| 5.2. Дробно-рациональные неравенства | 74 |
| 5.3. Иррациональные неравенства | 79 |
| Глава 6. Системы неравенств | 82 |
| 6.1. Системы целых неравенств | — |
| 6.2. Системы, содержащие дробно-рациональные неравенства | 87 |
| 6.3. Системы, содержащие иррациональные неравенства | 94 |
| Глава 7. Прогрессии | 101 |
| 7.1. Арифметическая прогрессия | — |
| 7.2. Геометрическая прогрессия | 105 |
| Глава 8. Задачи с текстовым условием | 110 |
| 8.1. Арифметические задачи с практическим содержанием | — |
| 8.2. Задачи на оценки, прикидки, логический перебор | 112 |
| 8.3. Задачи на оптимальный выбор | 116 |
| 8.4. Задачи на движение | 137 |
| 8.5. Задачи на производительность и работу | 146 |

| | |
|---|------------|
| 8.6. Задачи на проценты, части, доли | 154 |
| Глава 9. Функции и графики | 162 |
| 9.1. Чтение графиков функций и реальных зависимостей | — |
| 9.2. Целые рациональные функции | 189 |
| 9.3. Дробно-рациональные функции | 195 |
| 9.4. Иррациональные функции | 203 |
| Глава 10. Уравнения и неравенства с параметром и нестандартные уравнения и неравенства | 208 |
| 10.1. Логический перебор в задачах с параметром | — |
| 10.2. Квадратный трёхчлен в задачах с параметром и нестандартных задачах | 210 |
| 10.3. Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств | 214 |
| 10.4. Графические интерпретации | 216 |
| 10.5. Геометрические идеи | 219 |
| Глава 11. Задачи на свойства целых чисел | 223 |
| 11.1. Алгебраические задачи на свойства целых чисел | — |
| 11.2. Текстовые задачи на свойства целых чисел | 225 |
| Глава 12. Олимпиадные задачи | 233 |