

Содержание

Предисловие к третьему изданию	12
Предисловие ко второму изданию	13
Вступительное слово к первому изданию	14
Введение	15
Глава 1. Множества и отношения	23
1.1. Множества	23
1.1.1. Элементы и множества	23
1.1.2. Задание множеств	25
1.1.3. Парадокс Рассела	26
1.1.4. Мультимножества	27
1.2. Алгебра подмножеств	28
1.2.1. Сравнение множеств	28
1.2.2. Равномощные множества	29
1.2.3. Конечные и бесконечные множества	31
1.2.4. Добавление и удаление элементов	32
1.2.5. Мощность конечного множества	32
1.2.6. Операции над множествами	34
1.2.7. Разбиения и покрытия	35
1.2.8. Булеан	36
1.2.9. Свойства операций над множествами	37
1.3. Представление множеств в программах	38
1.3.1. Битовые шкалы	38
1.3.2. Генерация всех подмножеств универсума	39
1.3.3. Алгоритм построения бинарного кода Грея	40
1.3.4. Представление множеств упорядоченными списками	41
1.3.5. Проверка включения слиянием	42
1.3.6. Вычисление объединения слиянием	43
1.3.7. Вычисление пересечения слиянием	44
1.3.8. Представление множеств итераторами	45
1.4. Отношения	48
1.4.1. Упорядоченные пары и наборы	48
1.4.2. Прямое произведение множеств	49
1.4.3. Бинарные отношения	50
1.4.4. Композиция отношений	52
1.4.5. Степень отношения	53
1.4.6. Свойства отношений	53

1.4.7. Ядро отношения	55
1.4.8. Представление отношений в программах	56
1.5. Замыкание отношений	57
1.5.1. Транзитивное и рефлексивное замыкание	57
1.5.2. Алгоритм Уоршалла	58
1.6. Функции	59
1.6.1. Функциональные отношения	59
1.6.2. Инъекция, сюръекция и биекция	61
1.6.3. Образы и прообразы	62
1.6.4. Суперпозиция функций	63
1.6.5. Представление функций в программах	63
1.7. Отношения эквивалентности	64
1.7.1. Классы эквивалентности	64
1.7.2. Фактормножества	66
1.7.3. Ядро функционального отношения и множества уровня	66
1.8. Отношения порядка	67
1.8.1. Определения	67
1.8.2. Минимальные элементы	68
1.8.3. Алгоритм топологической сортировки	69
1.8.4. Верхние и нижние границы	70
1.8.5. Монотонные функции	70
1.8.6. Вполне упорядоченные множества	71
1.8.7. Индукция	72
1.8.8. Алфавит, слово и язык	73
Комментарии	73
Упражнения	74
Глава 2. Алгебраические структуры	75
2.1. Алгебры и морфизмы	75
2.1.1. Операции и их носитель	75
2.1.2. Замыкания и подалгебры	76
2.1.3. Система образующих	77
2.1.4. Свойства операций	78
2.1.5. Гомоморфизмы	79
2.1.6. Изоморфизмы	80
2.2. Алгебры с одной операцией	81
2.2.1. Полугруппы	81
2.2.2. Определяющие соотношения	82
2.2.3. Моноиды	84
2.2.4. Группы	85
2.2.5. Группа перестановок	87
2.3. Алгебры с двумя операциями	88
2.3.1. Кольца	88
2.3.2. Области целостности	89
2.3.3. Поля	90
2.4. Векторные пространства и модули	91
2.4.1. Векторное пространство	91
2.4.2. Линейные комбинации	93
2.4.3. Базис и размерность	94
2.4.4. Модули	95
2.5. Решётки	96
2.5.1. Определения	96
2.5.2. Ограниченные решётки	97

2.5.3. Решётка с дополнением	97
2.5.4. Частичный порядок в решётке	98
2.5.5. Булевы алгебры	99
2.6. Матроиды и жадные алгоритмы	100
2.6.1. Матроиды	100
2.6.2. Максимальные независимые подмножества	101
2.6.3. Базисы	101
2.6.4. Жадный алгоритм	102
2.6.5. Примеры матроидов	105
Комментарии	105
Упражнения	106
Глава 3. Булевы функции	107
3.1. Элементарные булевы функции	107
3.1.1. Функции алгебры логики	107
3.1.2. Существенные и несущественные переменные	109
3.1.3. Булевы функции одной переменной	110
3.1.4. Булевы функции двух переменных	110
3.2. Формулы	111
3.2.1. Реализация функций формулами	111
3.2.2. Равносильные формулы	114
3.2.3. Подстановка и замена	115
3.2.4. Алгебра булевых функций	116
3.3. Двойственность	118
3.3.1. Двойственная функция	118
3.3.2. Реализация двойственной функции	118
3.3.3. Принцип двойственности	119
3.4. Нормальные формы	120
3.4.1. Разложение булевых функций по переменным	120
3.4.2. Совершенные нормальные формы	121
3.4.3. Эквивалентные преобразования	123
3.4.4. Минимальные дизъюнктивные формы	124
3.4.5. Геометрическая интерпретация	125
3.4.6. Сокращённые дизъюнктивные формы	126
3.5. Полнота	128
3.5.1. Замкнутые классы	128
3.5.2. Полные системы функций	130
3.5.3. Полнота двойственной системы	131
3.5.4. Теорема Поста	131
3.6. Представление булевых функций в программах	133
3.6.1. Табличные представления	133
3.6.2. Строковые представления	135
3.6.3. Алгоритм вычисления значения булевой функции	136
3.6.4. Деревья решений	137
Комментарии	140
Упражнения	140
Глава 4. Логические исчисления	142
4.1. Логические связи	143
4.1.1. Высказывания	143
4.1.2. Формулы	144
4.1.3. Интерпретация	144
4.1.4. Логическое следование и логическая эквивалентность	145

4.1.5. Подстановка и замена	147
4.2. Формальные теории	147
4.2.1. Определение формальной теории	147
4.2.2. Выводимость	148
4.2.3. Интерпретация	149
4.2.4. Общезначимость и непротиворечивость	149
4.2.5. Полнота, независимость и разрешимость	150
4.3. Исчисление высказываний	150
4.3.1. Классическое определение исчисления высказываний	150
4.3.2. Частный случай формулы	151
4.3.3. Алгоритм унификации	152
4.3.4. Конструктивное определение исчисления высказываний	153
4.3.5. Производные правила вывода	153
4.3.6. Дедукция	154
4.3.7. Некоторые теоремы исчисления высказываний	156
4.3.8. Множество теорем исчисления высказываний	159
4.3.9. Другие аксиоматизации исчисления высказываний	160
4.4. Исчисление предикатов	161
4.4.1. Определения	161
4.4.2. Интерпретация	163
4.4.3. Общезначимость	164
4.4.4. Непротиворечивость и полнота чистого исчисления предикатов	165
4.4.5. Логическое следование и логическая эквивалентность	166
4.4.6. Теория равенства	167
4.4.7. Формальная арифметика	168
4.4.8. Неаксиоматизируемые теории	168
4.4.9. Теоремы Гёделя о неполноте	170
4.5. Автоматическое доказательство теорем	171
4.5.1. Постановка задачи	171
4.5.2. Доказательство от противного	172
4.5.3. Сведение к предложениям	173
4.5.4. Правило резолюции для исчисления высказываний	174
4.5.5. Правило резолюции для исчисления предикатов	175
4.5.6. Опровержение методом резолюций	175
4.5.7. Алгоритм метода резолюций	176
Комментарии	177
Упражнения	178
Глава 5. Комбинаторика	179
5.1. Комбинаторные задачи	180
5.1.1. Комбинаторные конфигурации	180
5.1.2. Размещения	180
5.1.3. Размещения без повторений	181
5.1.4. Перестановки	182
5.1.5. Сочетания	182
5.1.6. Сочетания с повторениями	183
5.2. Перестановки	184
5.2.1. Графическое представление перестановок	184
5.2.2. Инверсии	185
5.2.3. Генерация перестановок	186
5.2.4. Двойные факториалы	188
5.3. Биномиальные коэффициенты	188
5.3.1. Элементарные тождества	188