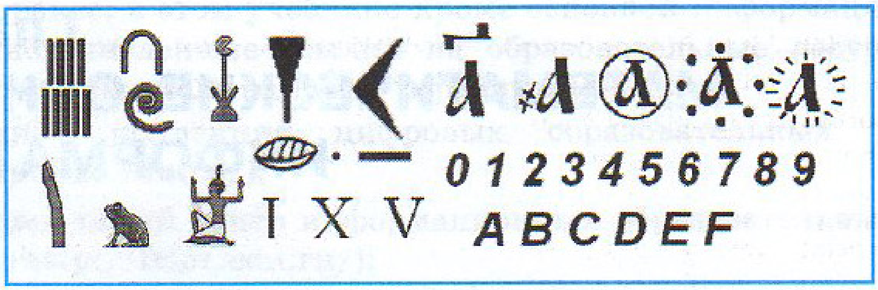


Рис. 1.1. Знаки, используемые для записи чисел в различных системах счисления

Системы счисления различаются выбором узловых чисел и способами образования алгоритмических чисел. Можно выделить следующие виды систем счисления:

1) унарная система;
2) непозиционные системы;
3) позиционные системы.

Простейшая и самая древняя система — так называемая **унарная система счисления**. В ней для записи любых чисел используется всего один символ — палочка, узелок, зарубка, камушек. Длина записи числа при таком кодировании прямо связана с его величиной, что роднит этот способ с геометрическим представлением чисел в виде отрезков. Именно унарная система лежит в фундаменте арифметики, и именно она до сих пор вводит первоклассников в мир счёта. Унарную систему ещё называют системой бирок.

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

В большинстве непозиционных систем счисления числа образуются путём сложения узловых чисел.

Пример 2. В древнеегипетской системе счисления числа 1, 2, 3, 4, 10, 13, 40 обозначались соответственно следующим образом:
|, ||, |||, ||||, ∩, ∩|||, ∩∩∩∩

Те же числа в римской системе счисления обозначаются так: I, II, III, IV, X, XIII, XL. Здесь алгоритмические числа получаются путём сложения и вычитания узловых чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (позиции) в записи числа. **Основание** позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

Десятичная система записи чисел, которой мы привыкли пользоваться в повседневной жизни, с которой мы знакомы с детства, в которой производим все наши вычисления, — пример позиционной системы счисления. Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Алгоритмические числа образуются в ней следующим образом: значения цифр умножаются на «веса» соответствующих разрядов, и все полученные значения складываются. Это отчётливо прослеживается в числительных русского языка, например: «три-ста пять-десят семь».

Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$. Алфавитом произвольной позиционной системы счисления с основанием q служат числа 0, 1, ..., q–1, каждое из которых может быть записано с помощью одного уникального символа; младшей цифрой всегда является 0.

Основные достоинства любой позиционной системы счисления — простота выполнения арифметических операций и ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел.

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \ldots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \ldots + a_{-m} \cdot q^{-m}). \quad (1)$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

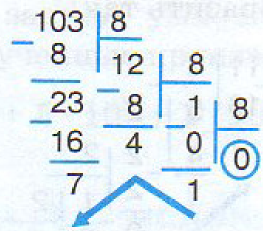
m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i-го разряда.

Запись числа по формуле (1) называется **развёрнутой формой** записи. **Свёрнутой формой** записи числа называется его представление в виде[1] $\pm a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0,a_{-1}\ldots a_{-m}$.

[1] Далее будут рассматриваться только положительные целые числа.

Пример 6. Переведём десятичное число 103 в восьмеричную систему счисления.



$103_{10} = 147_8$

1.1.4. Шестнадцатеричная система счисления

Основание: $q = 16$.

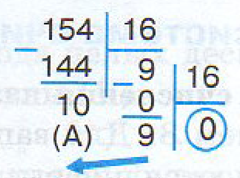
Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Здесь только десять цифр из шестнадцати имеют общепринятое обозначение 0,..., 9. Для записи цифр с десятичными количественными эквивалентами 10, 11, 12, 13, 14, 15 обычно используются первые пять букв латинского алфавита.

Таким образом, запись $3AF_{16}$ означает:

$3AF_{16} = 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$.

Пример 7. Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления.



$154_{10} = 9A_{16}$

1.1.5. Правило перевода целых десятичных чисел в систему счисления с основанием q

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, равное нулю;
2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;

3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего полученного остатка.

Представим таблицу соответствия десятичных, двоичных, восьмеричных и шестнадцатеричных чисел от 0 до 20_{10}.

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14